



## ОРИГИНАЛЬНАЯ СТАТЬЯ

## ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗ ДИНАМИКИ ИНФЛЯЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В НОВГОРОДСКОЙ ОБЛАСТИ

М.А. Старичков, Центральный банк Российской Федерации, Великий Новгород, Россия

Е.А. Долгих, Центральный банк Российской Федерации, Великий Новгород, Россия

А.М. Старичков, Санкт-Петербургский государственный экономический университет, Санкт-Петербург, Россия

**Аннотация.** В статье предлагается рассмотреть возможность использования вейвлет-анализа в качестве дополнительного инструментария по изучению инфляционных процессов на примере Российской Федерации и Новгородской области. Целями данной работы является популяризация данного метода среди отечественных исследователей и экономистов, а также практическое применение метода для проведения более глубокого анализа инфляционных процессов. Одним из преимуществ использования вейвлет-анализа является отсутствие необходимости проводить преобразование временных рядов к стационарному виду, что снижает риск искажения результатов исследования. В качестве эмпирической базы использовались месячные данные Федеральной службы государственной статистики об индексах потребительских цен по Новгородской области и России в целом. Длина исследуемого ряда составила 330 точек, что позволяет провести качественное исследование. В работе применяется комплекс алгоритмов, включая непрерывное вейвлет-преобразование для оценки значимости инфляционных импульсов, анализ вейвлет-когерентности для оценки согласованности динамики цен в регионе и стране в целом, а также дискретное вейвлет-преобразование с максимальным перекрытием для кратномасштабной декомпозиции индекса потребительских цен на составляющие различной периодичности. С помощью вейвлет-спектров идентифицированы ключевые инфляционные шоки, причем наибольшая длительность воздействия на цены характерна для кризиса 1998 года. Результаты исследования подтверждают высокую сопряженность динамики инфляции в Новгородской области и в целом по России, а также выявляют наибольшую волатильность в сфере услуг и наличие длинных инфляционных циклов. В заключении авторами резюмируются ключевые преимущества вейвлет-анализа, в том числе отмечается возможность наглядной и информативной визуализации результатов обработки данных.<sup>1</sup>

**Ключевые слова:** вейвлет-анализ, вейвлет-когерентность, временные ряды, динамика цен, дискретное вейвлет-преобразование с максимальным перекрытием, индекс потребительских цен, инфляция, когерентность, непрерывное вейвлет-преобразование

**Для цитирования:** Старичков М.А., Долгих Е.А., Старичков А.М. Вейвлет-анализ динамики инфляционных процессов в Новгородской области // BENEFICIUM. 2025. № 4(57). С. 139-150. DOI: 10.34680/BENEFICIUM.2025.4(57).139-150

## ORIGINAL PAPER

## WAVELET ANALYSIS OF THE DYNAMICS OF INFLATIONARY PROCESSES IN THE NOVGOROD REGION

М.А. Starichkov, Central Bank of the Russian Federation, Veliky Novgorod, Russia

Е.А. Dolgikh, Central Bank of the Russian Federation, Veliky Novgorod, Russia

А.М. Starichkov, Saint Petersburg State University of Economics, Saint Petersburg, Russia

**Abstract.** The article suggests considering the possibility of using wavelet analysis as an additional tool for studying inflationary processes using the example of the Russian Federation and the Novgorod Region. The objectives of this work are to popularize this method among domestic researchers and economists, as well as the practical application of the method to conduct a deeper analysis of inflationary processes. One of the advantages of using wavelet analysis is that there is no need to transform time series to a stationary form, which reduces the risk of distortion of the research results. Monthly data from the Federal State Statistics Service on consumer price indices for the Novgorod Region and Russia as a whole were used as an empirical base. The length of the studied row was

<sup>1</sup> Настоящая статья отражает личную позицию авторов. Содержание и результаты данного исследования не следует рассматривать, в том числе цитировать в каких-либо изданиях, как официальную позицию Банка России или указание на официальную политику или решения регулятора. Любые ошибки в данном материале являются исключительно авторскими.

330 points, which allows for a qualitative study. The study uses a set of algorithms, including a continuous wavelet transform to assess the significance of inflationary impulses, a wavelet coherence analysis to assess the consistency of price dynamics in the region and the country as a whole, as well as a discrete wavelet transform with maximum overlap for a multi-scale decomposition of the consumer price index into components of different frequency. Key inflationary shocks have been identified using wavelet spectra, with the longest duration of the impact on prices characteristic of the 1998 crisis. The results of the study confirm the high correlation of inflation dynamics in the Novgorod region and in Russia as a whole, and also reveal the greatest volatility in the service sector and the presence of long inflationary cycles. In conclusion, the authors summarize the key advantages of wavelet analysis, including noting the possibility of visual and informative visualization of data processing results.

**Keywords:** wavelet analysis, wavelet coherence, time series, price dynamics, maximal overlap discrete wavelet transform, consumer price index, inflation, coherence, continuous wavelet transform

**For citation:** Starichkov M.A., Dolgikh E.A., Starichkov A.M. Wavelet Analysis of the Dynamics of Inflationary Processes in the Novgorod Region // BENEFICIUM. 2025. Vol. 4(57). Pp. 139-150. (In Russ.). DOI: 10.34680/BENEFICIUM.2025.4(57).139-150

## Введение

Мониторинг международных электронных библиотек научных публикаций ResearchGate и Springer Link показывает, что одним из наиболее активно развивающихся направлений эконометрических исследований является применение вейвлетов. При этом в иностранных публикациях отмечается, что данный инструментарий обладает универсальной применимостью, обеспечивающей «лучшую» информативность, детализацию и гибкость в работе в сравнении с традиционными (привычными) методами работы с временными рядами [1, 2]. Однако, поиск по крупнейшей в России научной электронной библиотеке Elibrary индексирует русскоязычные работы с использованием вейвлет-анализа преимущественно в таких предметных областях, как физика, техника, медицина, метрология, IT-сфера. Прикладных работ по экономической тематике крайне мало. В связи с этим задача популяризации использования отечественными экономистами вейвлетов (демонстрация возможностей соответствующих алгоритмов) представляется актуальной. Целью данного исследования является не только популяризация использования вейвлетов, но и их практическое применение при анализе различных экономических явлений и процессов, в нашем случае – инфляции.

Научную новизну исследования представляет изучение возможности использования вейвлетов не только в технических дисциплинах, медицинской и IT сферах, но и в изучении экономических процессов и явлений.

Данные для исследования были получены из открытых статистических источников, сбор и обработка которых осуществлялись с использованием Microsoft Excel и MATLAB.

Предметом исследования выступают инфляционные процессы в Новгородской области, в том числе сопоставление их динамики с данными по Российской Федерации.

## Результаты и их обсуждение

Если коротко, вейвлет (*wavelet*) – это компактная математическая функция, выступающая в ка-

честве основы преобразования исходного сигнала как в частотном, так и во временном представлениях (вейвлет масштабируется и сдвигается). Главными признаками (критериями) того, что функция  $\psi(t)$  может быть использована в качестве вейвлета, являются следующие свойства:

1. Ограничность, выражаяющаяся в конечности ее общей нормы. То есть она должна иметь пределы сверху и снизу, а также не обладать «тяжелыми хвостами» (быть достаточно быстро убывающей функцией за пределами некоторого интервала).

$$\|\psi\|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(t)|^2 dt < \infty, \quad (1)$$

2. Локализация как по времени, так и по частоте.

$$|\psi(t)| \leq C(1 + |t|)^{-1-\varepsilon}, \quad (2)$$

$$|S_\psi(\omega)| \leq C(1 + |\omega|)^{-1-\varepsilon}, \quad (3)$$

при некотором  $\varepsilon > 0$ , где  $S_\psi(\omega)$  – это Фурье-преобразование функции  $\psi(t)$ .

3. Знакопеременность и наличие нулевого среднего.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0, \quad (4)$$

4. Постоянность количества осцилляций при масштабирующих преобразованиях, то есть автомодельность (самоподобие).

Результатом непрерывного вейвлет-преобразования (*continuous wavelet transform, CWT*) функции  $f(t)$  по вейвлету  $\psi(t)$  является вейвлет-спектр  $W(a, b)$ , определяемый как функция:

$$W(a, b) = |a|^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt, \quad (5)$$

где  $\psi^*(t)$  – комплексно сопряженная функция функции  $\psi(t)$  (если функцию  $\psi(t)$  можно разложить на действительную и мнимую части  $\psi(t) = u(t) + v(t)i$ , то  $\psi(t) = u(t) + v(t)i$ ; если  $\psi(t)$  действительная функция, то  $\psi^*(t) = \psi(t)$ );  $a$  – переменная, задающая параметр масштаба/частоты (большие значения масштаба соответствуют низким частотам, малые – высоким);  $b$  – переменная, задающая параметр временного сдвига.

Данная процедура формирует некую поверхность в трехмерном пространстве  $\{a, b, W(a, b)\}$  (масштаб/частота, время, интенсивность амплитуды), вид которой зависит не только от исходного сигнала, но и особенностей выбранного

вейвлета. Рассматривая ее, мы узнаем не только общие, но и локальные особенности данных на разных масштабах/частотах на всем доступном временном интервале исследуемого ряда, даже если он не стационарен. По желанию исследователя, переменную масштаба  $a$  можно представить в более удобном и привычном формате (по аналогии с преобразованием Фурье (Fourier) частоты  $\omega \sim \frac{1}{a}$ , что инвертирует картинку вейвлет-спектра).

*СИТ* оценивает степень подобия между поведением исследуемого сигнала в каждой его точке и анализирующей функции, которая постоянно масштабируется и сдвигается. Чем больше «похожесть», тем выше значение  $|W|$ . На низких частотах (больших масштабах) сканируются длинные промежутки времени (получаем хорошее разрешение по частоте), а на высоких частотах (маленьких масштабах) «прошупываются» короткие отрезки времени (в результате чего получаем хорошее разрешение по времени).

Для конечного дискретного временного ряда  $f(i)$  с единичным шагом длины  $N$  вейвлет-спектр  $W(a, b)$  рассчитывается по следующей формуле:

$$W(a, b) = |a|^{-\frac{1}{2}} \sum_{i=0}^{N-1} f(i) \psi^*\left(\frac{i-b}{a}\right), \quad (6)$$

где  $a$  – любое положительное число;  $b$  – целое число от 0 до  $N - 1$ .

Визуализация полученных данных может быть различной, но чаще всего изображение поверхности просто проецируется на плоскость  $ab$  или  $\omega b^2$  с отображением абсолютных значений амплитуд по изометрическим уровням посредством колорирования по определенной шкале.

Факт того, что реальные исследуемые данные всегда представляют собой информацию за ограниченный временной период, обуславливает наличие неизбежных эффектов, снижающих достоверность оценок  $W$  на краях ряда (аналогичных растеканию спектра сигнала при преобразовании Фурье: конечность интервала анализа равносильна произведению исходного непрерывного сигнала на прямоугольную оконную функцию, что приводит к получению спектра их свертки, то есть потенциальной возможности искаложений на границах; при необходимости визуализируются посредством отображения контура «конуса влияния» – границы, демонстрирующей предел, где краевые эффекты являются значимыми).

Одним из ключевых направлений практического применения *СИТ* является его использование для обнаружения и количественной оценки взаимосвязей между двумя временными рядами, не обязательно подразумевающими причинно-следственную связь. Соответствующий метод обозначается как вейвлет-когерентность и предполагает расчет перекрестного вейвлет-спектра

<sup>2</sup> В формате  $\omega$  (частота) показывается число циклов на выборку,  $b$  (сдвиг, время) – фактические временные отсчеты ряда.

(cross-wavelet transform, *XWT*), определяемого:

$$W_{xy}(a, b) = W_x(a, b) W_y^*(a, b), \quad (7)$$

где  $*$  указывает на комплексное сопряжение.

Полученная функция отражает локальную ковариацию между анализируемыми наборами данных в каждый момент времени и при каждом сдвиге (на каждой частоте), то есть мы получаем «квантованное» представление о сходстве между рядами. При этом понятно, что если вейвлет, используемый для построения *XWT* будет комплексным<sup>3</sup>, то значения преобразования также будут комплексными, то есть иметь действительную и мнимую составляющую. Тогда угол между ними, определяемый через арктангенс (*arctg*) соотношения, будет показывать разницу фаз колебаний между  $x$  и  $y$ : если он равен 0, то анализируемые ряды движутся вместе; если  $\pi$  или  $-\pi$  – в противофазе; если находится в диапазоне  $(0; \frac{\pi}{2})$ , то движение идет в фазе, но ряд  $y$  опережает  $x$ ; если находится в диапазоне  $(-\frac{\pi}{2}; 0)$ , то движение идет в фазе, но ряд  $x$  опережает  $y$ ; если находится в диапазоне  $(-\frac{\pi}{2}, -\pi)$  – движение идет в противофазе, ряд  $y$  опережает; если находится в диапазоне  $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ , – движение идет в противофазе, ряд  $x$  опережает. Наличие разницы фаз обозначает наличие соответствующего временного лага, который может быть оценен. Более подробное изложение методологии оценки вейвлет-когерентности, в рамках данной статьи, представляется нецелесообразным, так как она подробно изложена в научной литературе [3-5].

При реализации непрерывного (интегрального) вейвлет преобразования встает естественная проблема избыточности неограниченности набора  $\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$  как с точки зрения функциональной полезности (из-за перекрытия излишне близкие по параметрам вейвлеты сильно коррелируют между собой), так и с позиций оптимизации вычислительных затрат. На практике она решается посредством дискретизации параметров  $a$  и  $b$ , причем, как правило, это осуществляется по диадической сетке (через степени 2):

$$a = 2^m, \quad (8)$$

$$b = k a = k 2^m, \quad (9)$$

$$\psi_{mk} = 2^{-\frac{m}{2}} \psi(2^{-m}t - k), \quad (10)$$

где  $m$  и  $k$  целые положительные числа.

Далее, в рамках дискретности (будем полагать, что шаг равен 1) и конечности временных рядов (имеют конечную длину  $N$  шагов),  $W(a, b)$  можно представить как:

$$W(m, k) = 2^{-\frac{m}{2}} \sum_{i=0}^{N-1} f(i) \psi^*(2^{-m}i - k), \quad (11)$$

где  $i$  целые числа от 0 до  $N - 1$  (рис. 1).

<sup>3</sup> Как правило, если это не оговорено особо, для этого используют аналитический вейвлет Морле (Габора):  $\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} e^{i\omega x}$ , обеспечивающий равное разрешение по времени и частоте

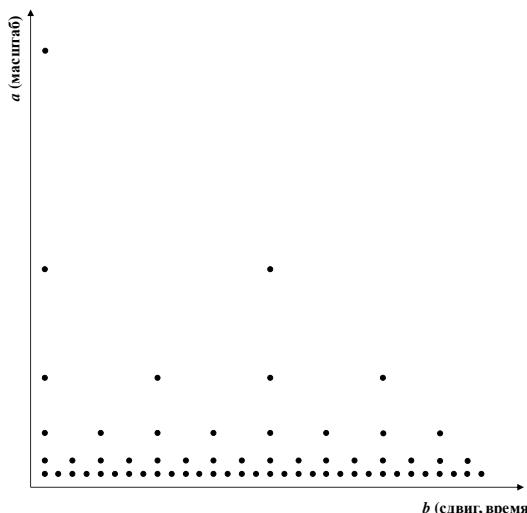


Рис. 1. Локализация дискретных вейвлетов при диадической сетке / Fig. 1. Localization of Discrete Wavelets in a Dyadic Grid

Источник: составлено авторами / Source: compiled by the authors

В результате сокращения количества используемых вейвлетов процедура вейвлет-преобразования трансформируется в задачу разложения анализируемого ряда (сигнала) по некоторому ортогональному вейвлет-базису, которая обозначается как дискретное вейвлет-преобразование (*discrete wavelet transform, DWT*). Наиболее быстрым и часто используемым вариантом ее решения является алгоритм Малла (Mallat), в соответствии с которым исходный ряд (сигнал) может быть представлен в виде совокупности последовательных приближений грубой (аппроксимирующей)  $A_j(n)$  и уточненной (детализирующей)  $D_j(n)$  составляющих с последующим их уточнением итерационным методом [6]. Характерной особенностью такого кратномасштабного анализа является разложение одного и того же ряда (сигнала) в разных ортонормированных базисах, соответствующих разным масштабам, причем переход от одного базиса к другому происходит определенным образом и не зависит от масштаба. Его реализация

предполагает использование не только ортогональных вейвлет-функций  $\psi_{m,k}(i)$ , раскрывающих детали, но и специальной масштабирующей (скайлинг) функции  $\varphi(t) \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(t) dt = 1$ , порождающей семейство соответствующих функций  $\varphi_{m,k}(i) = 2^{-\frac{m}{2}} \varphi(2^{-m}i - k)$ , которые образуют грубое приближение. Ее наличие позволяет решить вопрос ограничения числа  $m$ , которое теоретически может быть бесконечным. Она отвечает за детекцию низкочастотной части спектра ряда (сигнала), как бы «подбирая остатки» после разложения на конечное число вейвлетов  $\varphi_{0,k}(i)$  формирует базис разложения по масштабирующим функциям. При этом, чтобы перейти к новому базису, соответствующему большему на единицу масштабу, надо в текущем базисе разложить масштабирующие функции через масштабирующие функции и вейвлеты с масштабом на единицу больше (рис. 2;  $\varphi_{0,k}(i)$  это разложение только по масштабирующим функциям).

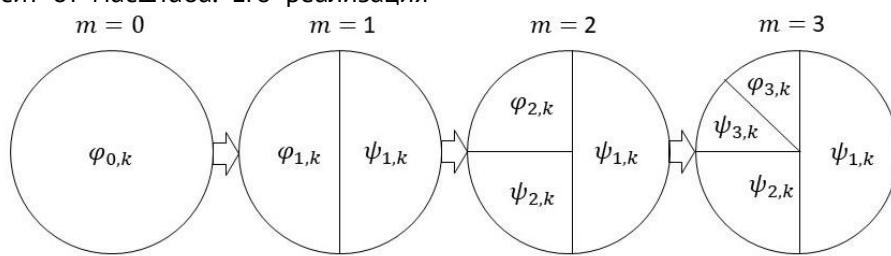


Рис. 2. Последовательное преобразование базиса / Fig. 2. Sequential Basis Transformation

Источник: составлено авторами / Source: compiled by the authors

Исходя из этого не каждый вейвлет подходит для реализации быстрого вейвлет-преобразования, так как построение ассоциированной масштабирующей функции для формирования необходимой ортонормированной системы базисных функций возможно только при соблюдении условий, которые не всегда выполнимы. Однако, это не является проблемой, так как для решения данной задачи уже создано (сконструировано) достаточно

большое количество специальных вейвлетов, имеющих необходимые масштабирующие функции.

В итоге все сводится к фильтрации данных, алгоритмически требующей наличие длины ряда  $N = 2^l$ , где  $l$  – целое положительное число.

$$f(i) = A_1(i) + D_1(i) = A_2(i) + D_2(i) + D_1(i) = \dots = A_M(i) + \sum_{m=1}^M D_m(i) = \sum_{k=1}^{2^{l-M}} a_{m,k} \varphi_{m,k}(i) + \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^{2^{l-m}} d_{m,k} \psi_{m,k}(i), \quad (12)$$

где  $M$  – уровень разложения, который не может

быть выше, чем  $l$ ;  $a_{m,k}$  – аппроксимирующие коэффициенты;  $d_{m,k}$  – детализирующие коэффициенты;  $m, k$  – параметры масштаба и сдвига.

При предельно возможном уровне разложения ряд (сигнал) будет представлен совокупностью  $2^l - 1$  детализирующих коэффициентов  $d_{m,k}$  и одним аппроксимирующим коэффициентом  $a_{l,1}$ .

Итогом быстрого дискретного вейвлет-преобразования являются разноуровневые наборы комбинаций коэффициентов аппроксимации и детализации, которые хорошо описываются экспоненциальным и нормальным законами распределения соответственно [7].

Вместе с тем, с точки зрения практики, требование быстрого алгоритма DWT к длине рассматриваемого ряда данных является крайне неудобным условием. При этом при переходе на каждый следующий уровень разложения качество временного разрешения ухудшается в два раза. В целях устранения данных недостатков в 90-е годы XX века был разработан и предложен модифицированный алгоритм разложения, так называемое дискретное вейвлет-преобразование с максимальным перекрытием (*maximal overlap discrete wavelet transform, MODWT*) [8]. За счет изменения масштаба фильтра и расширения сигнала путем

зацикливания имеющихся данных появилась возможность обрабатывать сигналы любой длины и поддерживать одинаковое временное разрешение без фазовых искажений на всех слоях разложения (при уровне  $l$  разложения получаем 1 аппроксимирующий и  $l$  детализирующих рядов той же длины, что и исходный). При этом полученные результаты будут являться не только аддитивными, но и инвариантными к трансляции, то есть не чувствительными к выбору начальной точки для исследуемого временного ряда. «Платой» за это становится значительно больший объем расчетов в сравнении с обычным DWT.

Более подробную информацию о вейвлетах можно получить в учебной литературе или у зарубежных авторов, например, Л. Агиар-Конрарии (L. Aguiar-Conraria), М. Дж. Соарес (M. J. Soares) [9], К. Шлейхера (Ch. Schleicher) [10].

Теперь перейдем к практике. Возьмем в качестве исследуемых временных рядов данные Федеральной службы государственной статистики «Индексы потребительских цен на товары и услуги» по Новгородской области и Российской Федерации (отчетный месяц к предыдущему месяцу; за период с января 1998 года по июнь 2025 года) [11], представленные как отклонение от 1 (рис. 3).

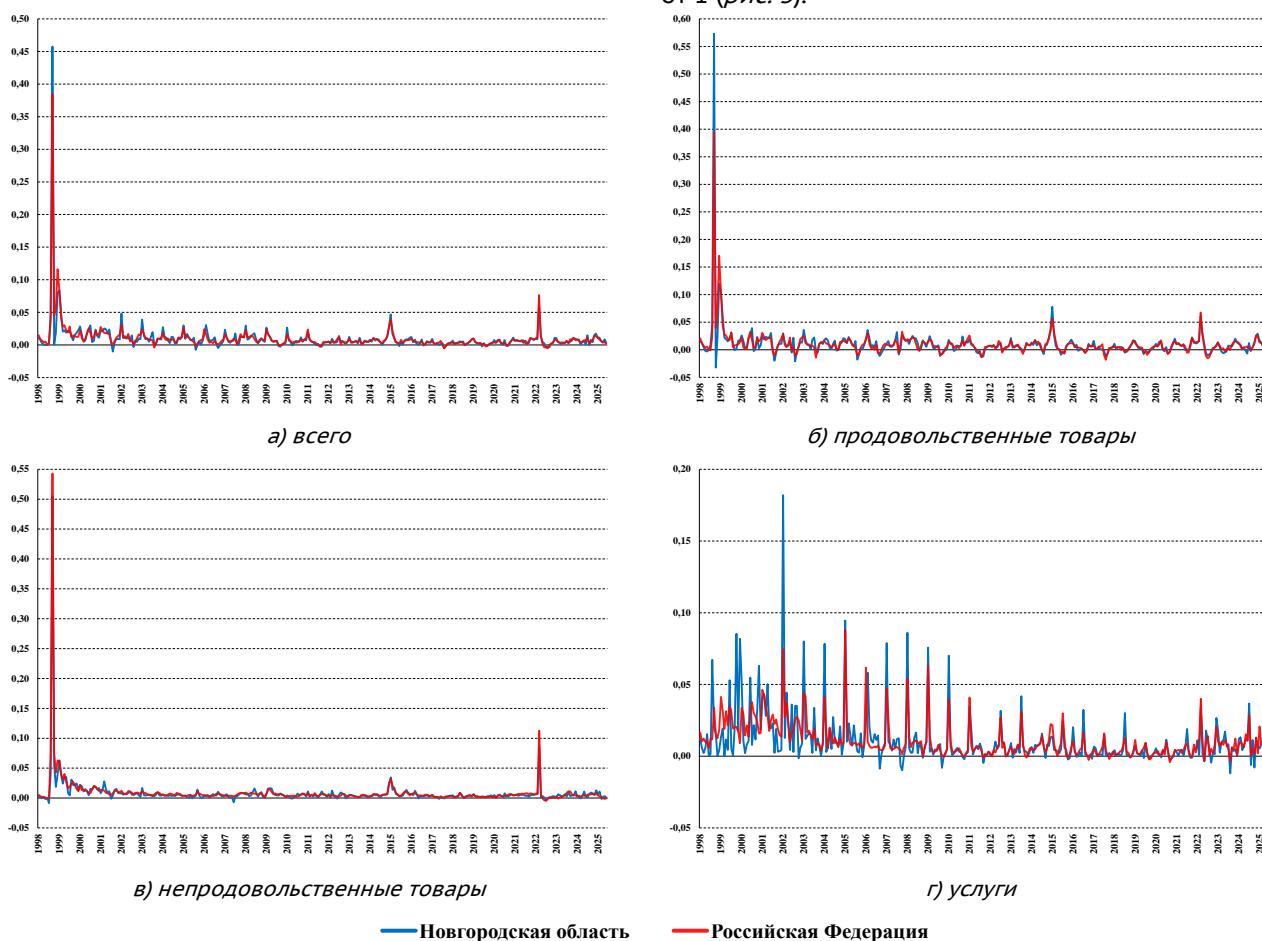


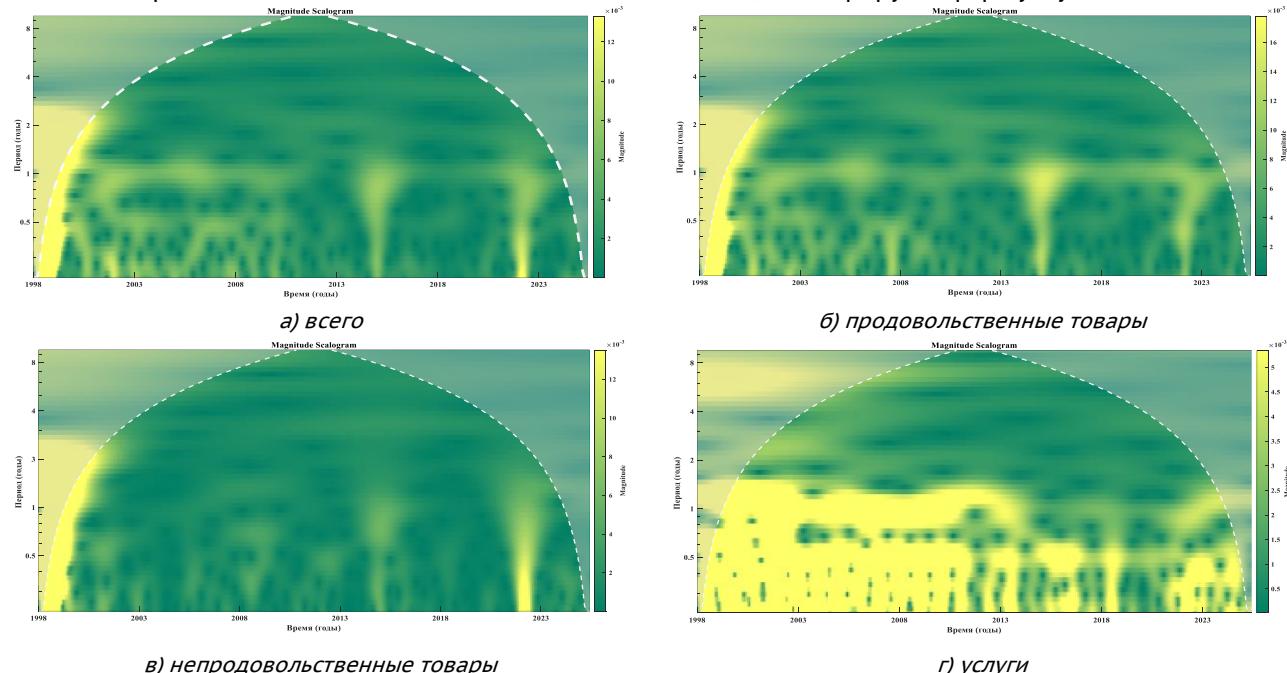
Рис. 3. Индексы потребительских цен на товары и услуги (за период с января 1998 года по июнь 2025 года, месяц к месяцу, CPI-1) / Fig. 3. Consumer Price Indices for Goods and Services (for the Period from January 1998 to June 2025, month-on-month, CPI-1)

Источник: составлено авторами на основе [11] / Source: compiled by the authors based on [11]

Как видно из *рис. 3*, в 1998, 2015 и 2022 гг. в целом по индексу потребительских цен, а также в категориях продовольственные и непродовольственные товары наблюдаются четко идентифицируемые выбросы, самый существенный из которых был зафиксирован в 1998 году. По услугам ситуация не выглядит столь однозначной. Стоит отметить, что в Новгородской области, как и в целом по России, динамика инфляции, в основном, однородна. Далее посмотрим, как будет выглядеть ситуация после применения непрерывного вейвлет-преобразования.

На графиках *CWT*<sup>4</sup> индексов потребительских цен по Новгородской области (*рис. 4*) хорошо видны инфляционные импульсы, имевшие место на горизонте анализа, можно оценить их значимость и продолжительность влияния. В целом, на индекс потребительских цен наиболее существенным и длительным сказалось влияние «шока» 1998 года, когда в нашей стране произошел финансовый кризис. Влияние этого негативного яв-

ления продолжалось более двух лет. Влияние введения международных санкций, связанных с присоединением Крыма и событиями на Донбассе (2014-2015 гг.) оказалось не столь значительным по сравнению с началом специальной военной операции (2022 г.). При сравнении индекса потребительских цен на продовольственные и непродовольственные товары можно отметить, что события 2014-2015 гг. оказали гораздо меньшее влияние на рынок непродовольственных товаров в отличии от продовольственных товаров, на ввоз которых из ряда зарубежных стран были введены ограничения. А в 2022 году произошла обратная ситуация. Наибольшее влияние сложившаяся геополитическая напряженность оказала на непродовольственные товары, что связано с существенными ограничениями на их ввоз в нашу страну. Продовольственные товары также отреагировали на события 2022 года, но не так существенно. Наибольшую подверженность различным «шокам» демонстрирует сфера услуг.



*Рис. 4. Непрерывное (интегральное) вейвлет-преобразование (CWT) индексов потребительских цен по Новгородской области (за период с января 1998 года по июнь 2025 года, месяц к месяцу, CPI-1) (белая линия – конус влияния, показывающий, где краевые эффекты становятся значительными) / Fig. 4. Continuous (Integral) Wavelet Transform (CWT) of Consumer Price Indices in the Novgorod region (for the period from January 1998 to June 2025, month-to-month, CPI-1) (the white line is a cone of influence showing where marginal effects become significant)*

Источник: составлено авторами на основе [11] с использованием ПК «MATLAB» / Source: compiled by the authors based on [11] using the MATLAB software package

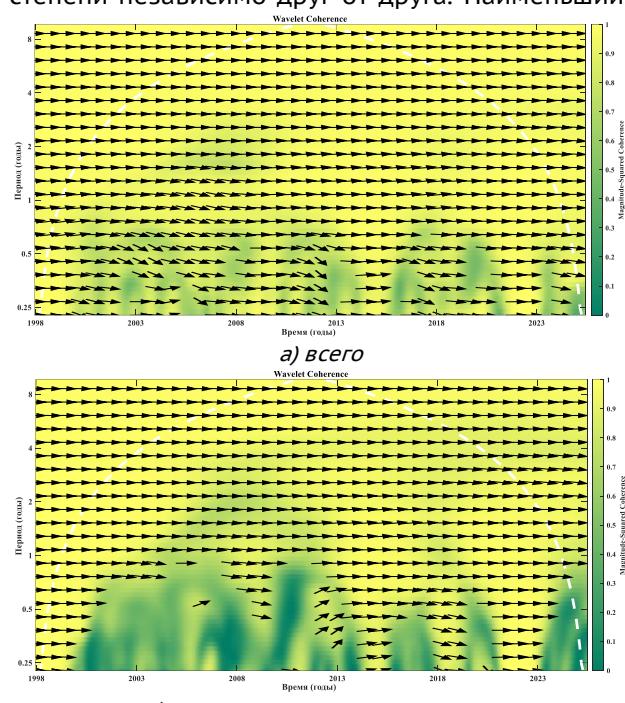
Для того, чтобы продемонстрировать возможности вейвлет-когерентности, сопоставим данные по Новгородской области и России в целом<sup>5</sup>. Исходя из общих соображений, естественно ожидать наличие устойчивой согласованности движения данных показателей (их сопряженности),

то есть наблюдать постоянную сильную когерентность между ними. По факту так и есть, но имеются и нюансы в части масштаба и особенностей ее реализации: в настоящий момент это характерно только для горизонтов свыше полугода; при меньших масштабах она проявляется

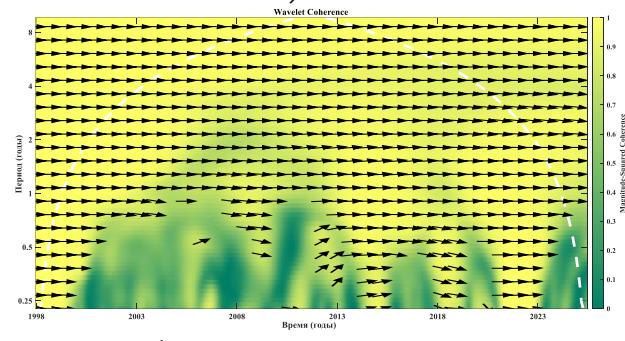
<sup>4</sup> Здесь и далее для проведения необходимых расчетов используется Matlab. Применяется функция CWT (<https://www.mathworks.com/help/wavelet/ref/cwt.htm>).

<sup>5</sup> Посредством функции *wcoherence* (<https://www.mathworks.com/help/wavelet/ref/wcohere>), использующей алгоритм сглаживания (<https://la.mathworks.com/matlabcentral/answers/616183-wavelet-coherence-s-smoothing-operator>)

слабее, то есть в краткосрочном планировании анализируемые показатели ведут себя в большей степени независимо друг от друга. Наименьший



а) *всего*



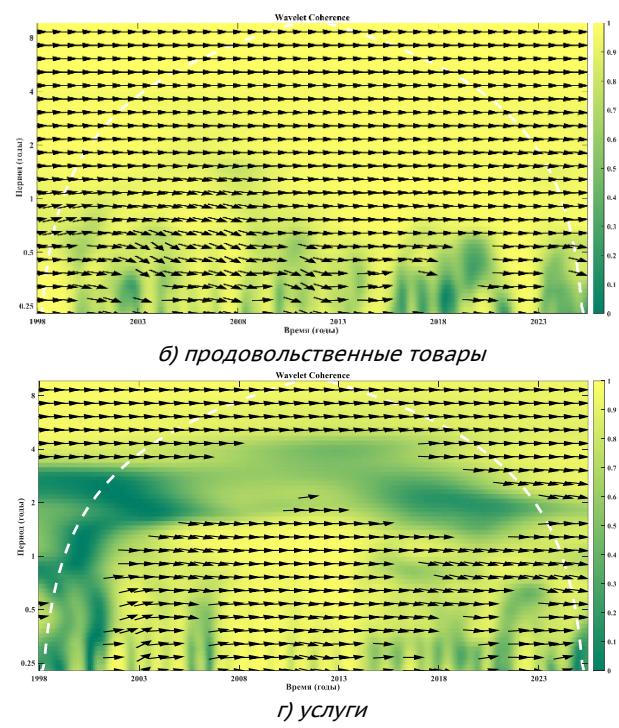
в) *непродовольственные товары*

**Рис. 5. Вейвлет-когерентность индексов потребительских цен по Новгородской области и Российской Федерации (за период с января 1998 года по июнь 2025 года, месяц к месяцу, CPI-1) (белая линия – конус влияния, показывающий, где краевые эффекты становятся значительными) / Fig. 5. Wavelet Coherence of Consumer Price Indices for the Novgorod Region and the Russian Federation (for the period from January 1998 to June 2025, month-on-month, CPI-1) (the white line is a cone of influence showing where marginal effects become significant)**

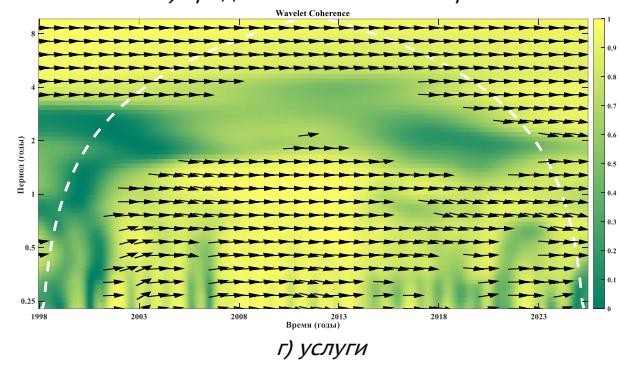
Источник: составлено авторами на основе [11] с использованием ПК «MATLAB» / Source: compiled by the authors based on [11] using the MATLAB software package

В целом полученные результаты соответствуют интуитивному восприятию роли и вклада экономики региона в экономику страны. Новгородская область является неотъемлемой частью единого экономического пространства Российской Федерации. Внешние шоки также оказывают влияние на экономические процессы в регионе, как и в целом по стране. Новгородская область очень тесно интегрирована в общероссийскую транспортную сеть. Она находится в непосредственной близости от двух крупнейших финансовых и потребительских центров страны: Москвы и Санкт-Петербурга. В ценообразовании Новгородской области отсутствует существенная доля транспортных издержек, как, например, у регионов, расположенных на севере страны, в частности Мурманской, Архангельской областей, Чукотского автономного округа и др. Природно-климатические условия позволяют региону производить ряд сельскохозяйственной продукции (картофель, морковь, свекла, капуста и др.). В регионе имеются крупные производители мяса. Регион является одним из крупнейших производителей картофеля (1 место), овощей (2 место) и мяса (3 место) на Северо-Западе России. Самообеспеченность мясом и мясопродуктами в регионе составляет 234.4%, картофелем – 167.2%, овощами – 148.2% [12]. Конечно, на территории региона происходят локальные

уровень связанности поведения демонстрируют индексы потребительских цен на услуги.



б) *продовольственные товары*



г) *услуги*

«шоки», в частности, разовые факторы инфляции на стороне предложения, которые приводят к некоторым расхождениям динамики инфляции от общероссийской.

Различия в динамике цен на услуги можно объяснить тем, что регион является довольно малочисленным, и имеет место быть низкая конкуренция.

Теперь, в качестве примера, проведем кратномасштабное разложение того же набора данных посредством MODWT-декомпозиции до уровня 7, используя в качестве анализирующей функции вейвлет Добеши (Daubeshi) порядка 8, укрупнив полученные результаты по примеру [13, 14]: в качестве краткосрочных колебаний – сумма разложений  $D1-D3$  (2-8 месяцев/до 1 года), колебаний бизнес-цикла –  $D4-D5$  (16-32 месяца/ от 1 года до 3 лет), среднесрочных колебаний –  $D6-D7$  (64-128 месяцев/ от 3 до 10 лет), долгосрочного тренда –  $A7$  (более 128 месяцев/ свыше 10 лет) (рис. 6-10).

Каждая из полученных компонент может быть использована в рамках той или иной эконометрической модели, в том числе в целях прогнозирования. Совокупный прогноз получается путем суммирования отдельных прогнозов. В качестве примера можно привести работу Мигеля А. Ариño (Miguel A. Aríño) [15].

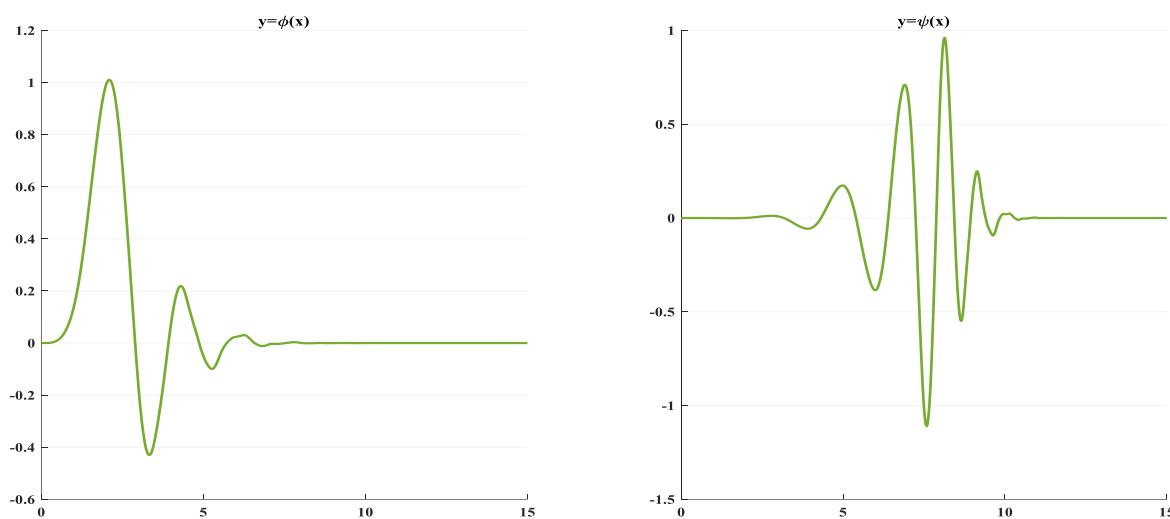


Рис. 6. Визуализация вейвлета Добеши порядка 8 / Fig. 6. Visualization of a Daubeshi Wavelet of the Order of 8

Источник: составлено авторами на основе [11] с использованием ПК «MATLAB» / Source: compiled by the authors based on [11] using the MATLAB software package

Полученные результаты вновь указывают на «тесную» сопряженность движения индексов потребительских цен Новгородской области и

России в целом. Также, исходя из графиков компоненты «долгосрочного тренда», можно констатировать наличие длинных волн инфляционной динамики.

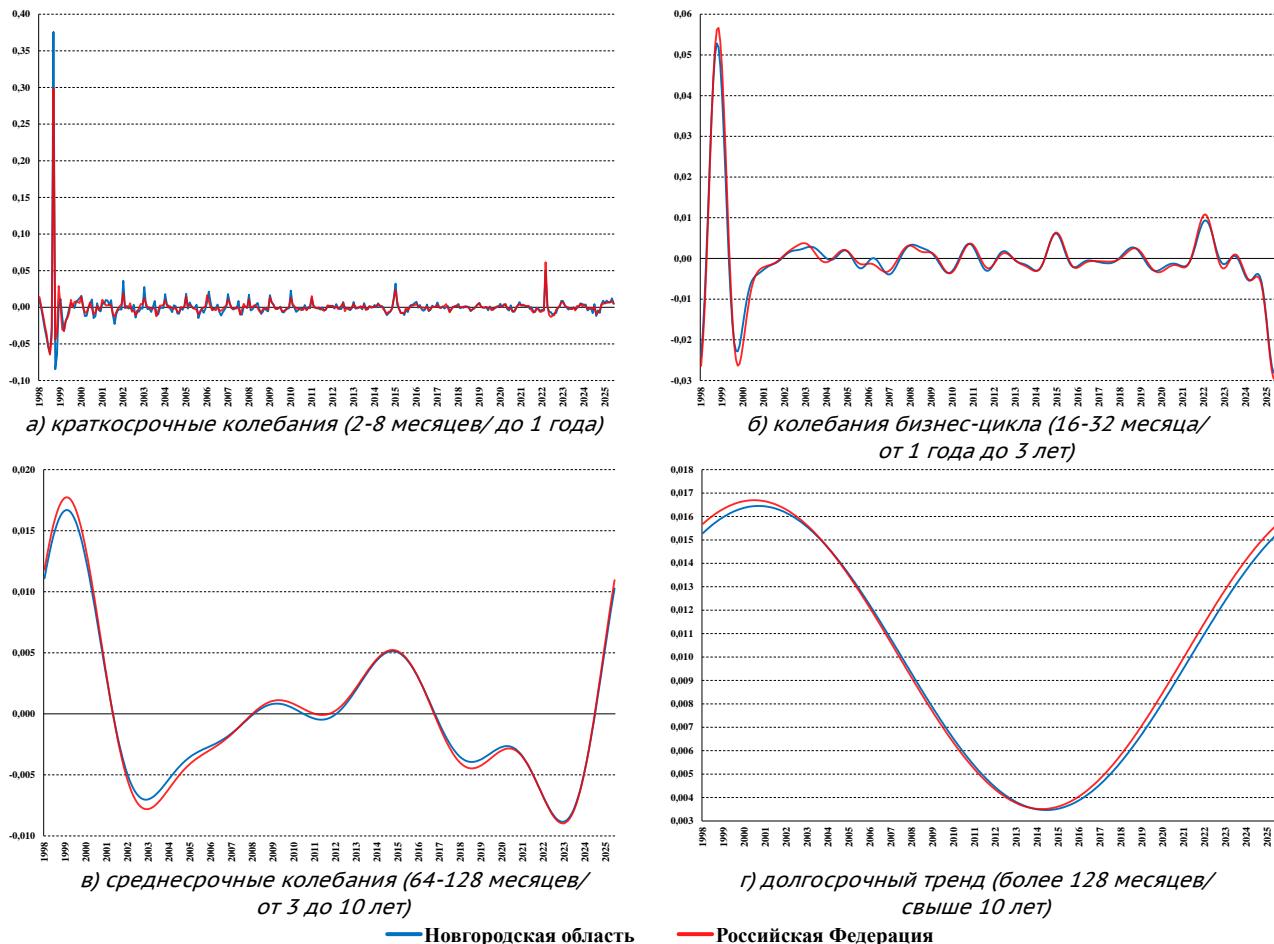
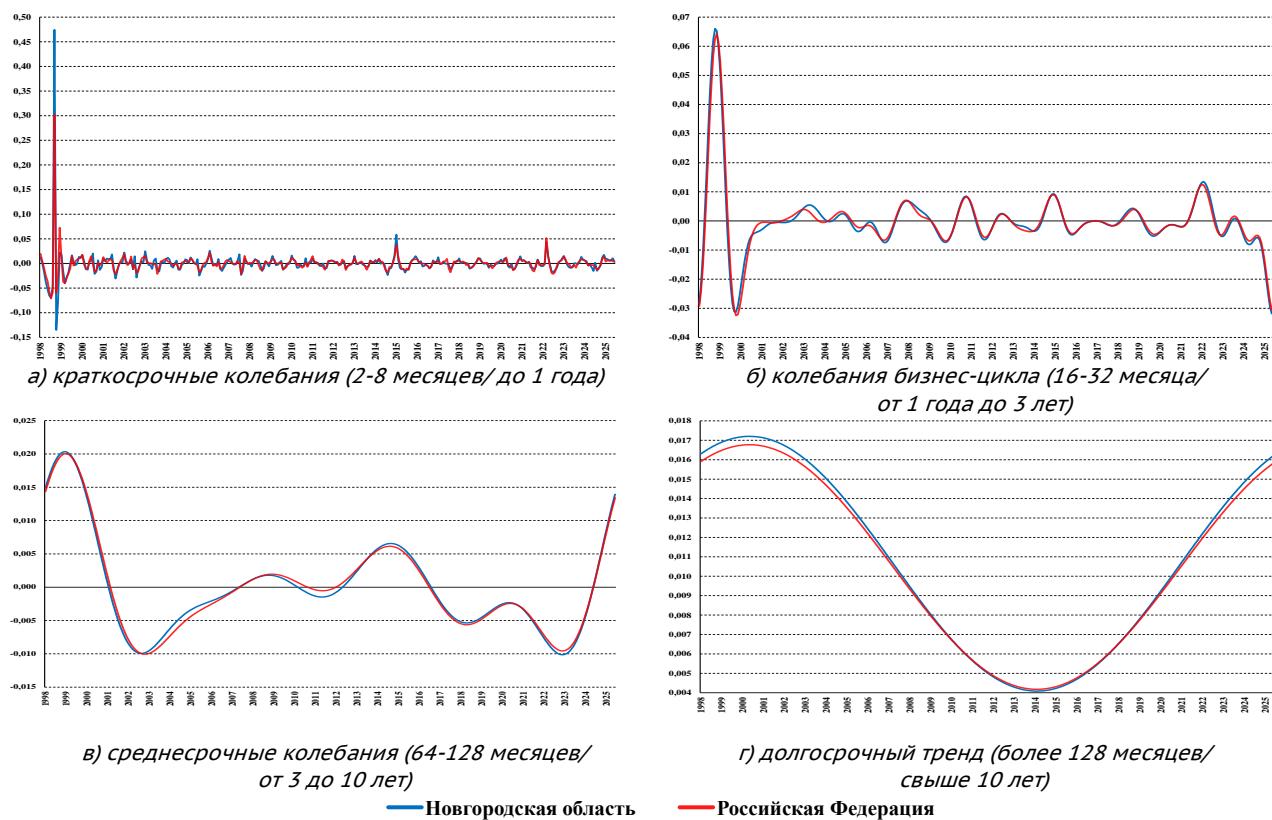


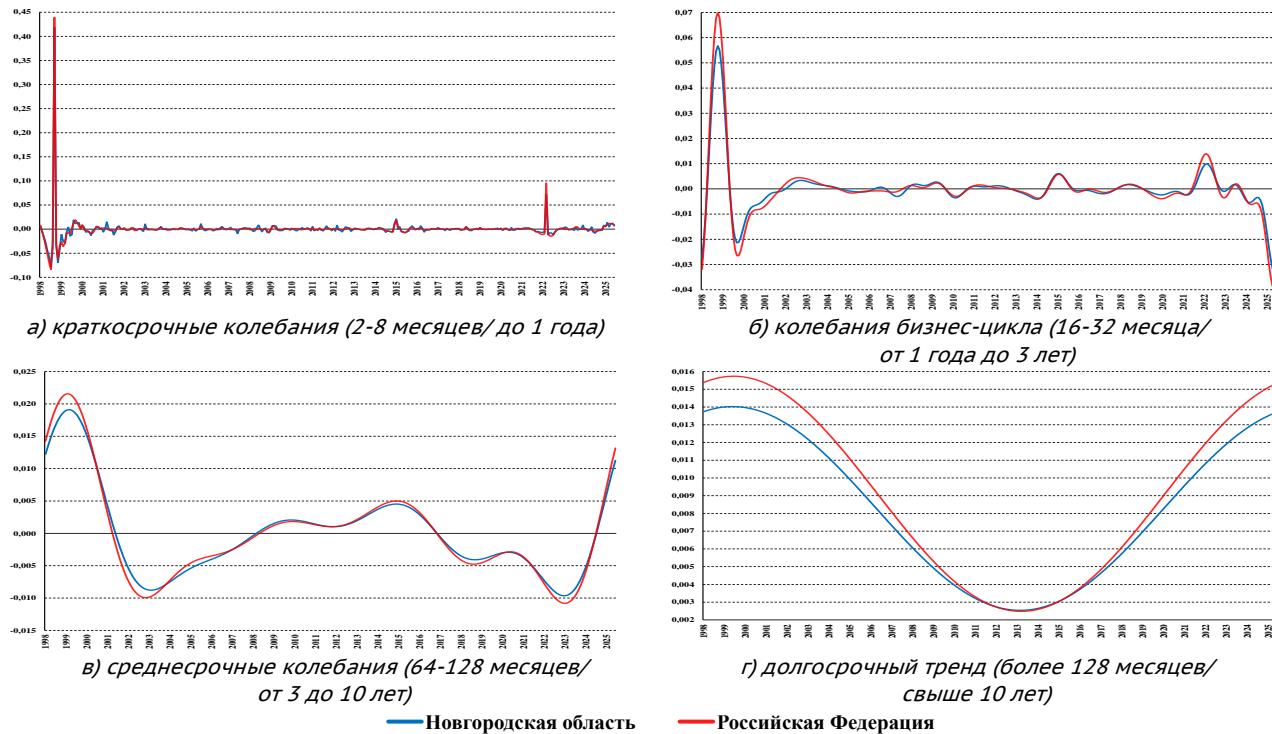
Рис. 7. Кратномасштабная декомпозиция индексов потребительских цен на товары и услуги (за период с января 1998 года по июнь 2025 года, месяц к месяцу, CPI-1) на основе вейвлета Добеши порядка 8 / Fig. 7. A Multi-Scale Decomposition of Consumer Price Indices for Goods and Services (for the period from January 1998 to June 2025, month-to-month, CPI-1) Based on a Hash Wavelet of the Order of 8

Источник: составлено авторами на основе [11] с использованием ПК «MATLAB» / Source: compiled by the authors based on [11] using the MATLAB software package



**Рис. 8. Кратномасштабная декомпозиция индексов потребительских цен на продовольственные товары (за период с января 1998 года по июнь 2025 года, месяц к месяцу, CPI-1) на основе вейвлета Добеши порядка 8 / Fig. 8. A Multi-Scale Decomposition of Consumer Price Indices for Food Products (for the period from January 1998 to June 2025, month-to-month, CPI-1) Based on a Hash Wavelet of the Order of 8**

**Источник:** составлено авторами на основе [11] с использованием ПК «MATLAB» / **Source:** compiled by the authors based on [11] using the MATLAB software package



**Рис. 9. Кратномасштабная декомпозиция индексов потребительских цен на непродовольственные товары (за период с января 1998 года по июнь 2025 года, месяц к месяцу, CPI-1) на основе вейвлета Добеши порядка 8 / Fig. 9. A Multi-Scale Decomposition of Consumer Price Indices for Non-Food Products (for the period from January 1998 to June 2025, month-to-month, CPI-1) Based on a Hash Wavelet of about 8**

**Источник:** составлено авторами на основе [11] с использованием ПК «MATLAB» / **Source:** compiled by the authors based on [11] using the MATLAB software package

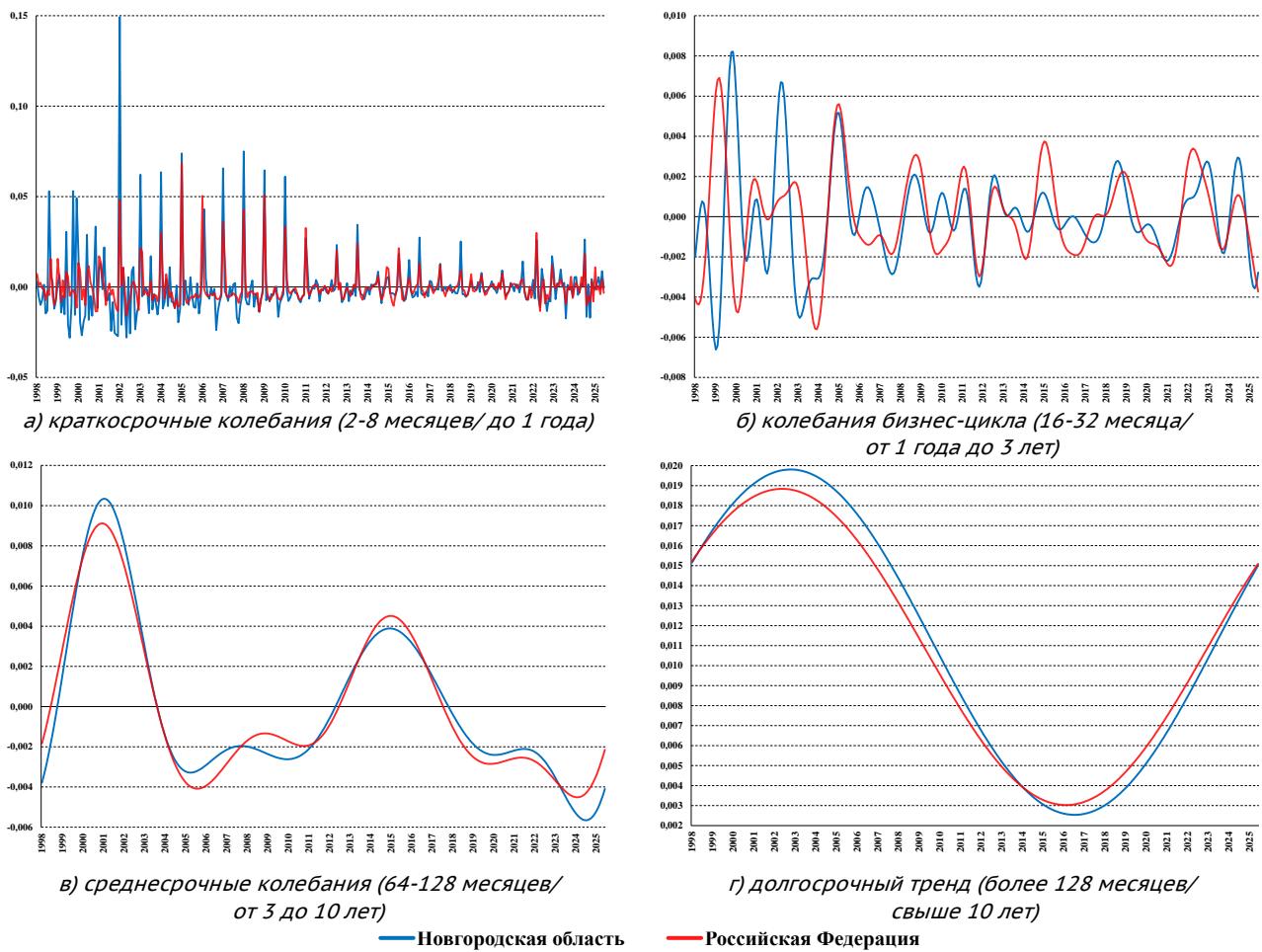


Рис. 10. Кратномасштабная декомпозиция индексов потребительских цен услуги (за период с января 1998 года по июнь 2025 года, месяц к месяцу, CPI-1) на основе вейвлета Добеши порядка 8 / Fig. 10. A Multi-Scale Decomposition of Consumer Price Indices for Services (for the period from January 1998 to June 2025, month-to-month, CPI-1) Based on a Haar Wavelet of the Order of 8

Источник: составлено авторами на основе [11] с использованием ПК «MATLAB» / Source: compiled by the authors based on [11] using the MATLAB software package

### Заключение

Резюмируя, хотелось еще раз акцентировать внимание на следующих преимуществах вейвлет-анализа:

- приспособленность к работе с любыми нестационарными рядами, без их предварительной обработки (нет необходимости приведения к стационарности), что снижает риск получения недостоверных оценок [16, 17];
- наглядная и информативная визуализация результатов обработки данных;
- возможность исследовать поведение и взаимосвязь показателей в различных временных и частотных областях;
- мульти尺度ная структура разложения сигнала, позволяющая эффективно выявлять случаи суперпозиции независимых процессов разной частотности (например, коротких, средних и длинных циклов для повышения качества и точности эконометрических прогнозов);
- построение прогнозных моделей с использованием результатов MODWT.

При этом применение вейвлет-анализа в рамках данной работы позволило выявить ряд интересных моментов, в частности:

- сильная согласованность движения соответствующих индексов потребительских цен по Новгородской области и России в целом;
- наибольшая волатильность динамики цен характерна для сферы услуг;
- наличие длинных циклов в ценовой динамике.

### Вклад авторов

Вклад Старичкова М.А. заключается в формулировании целей и задач, формировании структуры статьи, рассмотрении теоретической части, формулировании и научном обосновании выводов. Вклад Долгих Е.А. состоит в сборе исходных данных, подготовке данных для анализа. Вклад Старичкова А.М. заключается в выполнении графического анализа, оформлении ключевых результатов исследования.

### Библиография

- [1] Mandler M., Scharnagl M. Money Growth and Consumer Price Inflation in the Euro Area: a Wavelet

- Analysis // Discussion Paper Deutsche Bundesbank. 2014. Vol. 33. Pp. 1-37. (На англ.).
- [2] Akkoyun H.Ç., Günay M., Şen-Doğan B. Business Cycle Synchronization of Turkey with Euro Area and the US: What Has Changed After 2001? // Working Papers. 2012. Vol. 15. Pp 1-29. (На англ.).
- [3] Torrence C., Compo G.P. A Practical Guide to Wavelet Analysis // Bulletin of the American Meteorological Society. 1998. Vol. 79(1). Pp. 61-78. (На англ.). DOI: 10.1175/1520-0477(1998)079%3C0061:APGTWA%3E2.0.CO;2
- [4] Torrence C., Webster P.J. Interdecadal Changes in the ENSO–Monsoon System // Journal of Climate. 1999. Vol. 12(8). Pp. 2679-2690. (На англ.). DOI: 10.1175/1520-0442(1999)012<2679:ICITEM>2.0.CO;2
- [5] Macedo A. Signal Analysis and Coherence using the Continuous Wavelet Transform. Ontario: Department of Computer Science and Mathematics Nipissing University North Bay, 2013. 122 p. (На англ.).
- [6] Шелухин О.И., Гармашев А.В. Обнаружение DoS и DDoS-атак методом дискретного вейвлет-анализа // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2011. № S1. С. 44-46
- [7] Шелухин О.И., Филинова А.С. Сравнительный анализ алгоритмов обнаружения аномалий трафика методами дискретного вейвлет-анализа // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2014. Том 8. № 9. С. 89-97
- [8] Percival B.D., Mofjeld H.O. Analysis of Subtidal Coastal Sea Level Fluctuations Using Wavelets // Journal of the American Statistical Association. 1997. Vol. 92(439). Pp. 868-880. (На англ.). DOI: 10.1080/01621459.1997.10474042
- [9] Aguiar-Conraria L., Soares M.J. The Continuous Wavelet Transform: A Primer. Publisher: NIPE Working Papers, 2011. 43 p. (На англ.).
- [10] Schleicher C. An Introduction to Wavelets for Economists. Publisher: Bank of Canada Working Paper, 2002. 41 p. (На англ.). DOI: 10.34989/swp-2002-3
- [11] Индексы потребительских цен на товары и услуги (2025). Государственная статистика. URL: <https://www.fedstat.ru/indicator/31074> (дата обращения 31.07.2025).
- [12] На выездной коллегии министерства сельского хозяйства Новгородской области подвели итоги работы отрасли в 2024 году и обозначили планы на 2025 год (2025). Министерство сельского хозяйства Новгородской области. URL: <https://mincx.novreg.ru/medianews/news/80857> (дата обращения 31.07.2025).
- [13] Стариков М.А. Использование вейвлетов для анализа динамики инфляционных процессов // Деньги и кредит. 2025. Том 84. № 1. С. 105-128.
- [14] Lubik T.A., Matthes C., Verona F. Assessing U.S. Aggregate Fluctuations across Time and Frequencies. Publisher: Federal Reserve Bank of Richmond Working Paper, 2019. 45 p. (На англ.).
- [15] Ariño M.A. Time Series Forecasts Via Wavelets: An Application to Car Sales in the Spanish Market. Publisher: Universidad de Navarra, 1995. 20 p. (На англ.).
- [16] Goffe W.L. Wavelets in Macroeconomics: An Introduction // Computational Techniques for Econometrics and Economic Analysis. 1994. Pp. 137-149. (На англ.). DOI: 10.1007/978-94-015-8472-5\_8
- [17] Cotter J., Dowd K. U.S. Core Inflation: A Wavelet Analysis. Publisher: Social Science Research Network. 2006. 49 p. (На англ.). DOI: 10.2139/ssrn.993936

## References

- [1] Mandler M., Scharnagl M. Money Growth and Consumer Price Inflation in the Euro Area: a Wavelet Analysis // Discussion Paper Deutsche Bundesbank. 2014. Vol. 33. Pp. 1-37.
- [2] Akkoyun H.Ç., Günay M., Şen-Doğan B. Business Cycle Synchronization of Turkey with Euro Area and the US: What Has Changed After 2001? // Working Papers. 2012. Vol. 15. Pp 1-29.
- [3] Torrence C., Compo G.P. A Practical Guide to Wavelet Analysis // Bulletin of the American Meteorological Society. 1998. Vol. 79(1). Pp. 61-78. DOI: 10.1175/1520-0477(1998)079%3C0061:APGTWA%3E2.0.CO;2
- [4] Torrence C., Webster P.J. Interdecadal Changes in the ENSO–Monsoon System // Journal of Climate. 1999. Vol. 12(8). Pp. 2679-2690. DOI: 10.1175/1520-0442(1999)012<2679:ICITEM>2.0.CO;2
- [5] Macedo A. Signal Analysis and Coherence using the Continuous Wavelet Transform. Ontario: Department of Computer Science and Mathematics Nipissing University North Bay, 2013. 122 p. (На англ.).
- [6] Shelukhin O.I., Garmashov A.V. Detection of DoS and DDoS attacks by the method of discrete wavelet analysis // T-Comm: Telecommunications and Transport. 2011. Vol. S1. Pp. 44-46. (In Russ.).
- [7] Shelukhin O.I., Filinova A.S. The Comparative Analysis of Detection Algorithms Detection of Traffic Anomalies Methods of the Discrete Wavelet analysis // T-Comm: Telecommunications and Transport. 2014. Vol. 8(9). Pp. 89-97. (In Russ.).
- [8] Percival B.D., Mofjeld H.O. Analysis of Subtidal Coastal Sea Level Fluctuations Using Wavelets // Journal of the American Statistical Association. 1997. Vol. 92(439). Pp. 868-880. DOI: 10.1080/01621459.1997.10474042
- [9] Aguiar-Conraria L., Soares M.J. The Continuous Wavelet Transform: A Primer. Publisher: NIPE Working Papers, 2011. 43 p.
- [10] Schleicher C. An Introduction to Wavelets for Economists. Publisher: Bank of Canada Working Paper, 2002. 41 p. DOI: 10.34989/swp-2002-3
- [11] Indeksy potrebitel'skih cen na tovary i uslugi [Consumer price indices for goods and services] (2025). Gosudarstvennaya statistika [Government statistics]. (In Russ.). URL: <https://www.fedstat.ru/indicator/31074> (accessed on 31.07.2025).
- [12] Na vyezdnoj kollegii ministerstva sel'skogo khozyajstva Novgorodskoj oblasti podveli itogi raboty otrassli v 2024 godu i oboznachili plany na 2025 god [The visiting board of the Ministry of Agriculture of the Novgorod Region summed up the work of the industry in 2024 and outlined plans for 2025] (2025). Ministerstvo sel'skogo khozyajstva Novgorodskoj oblasti [Ministry of Agriculture of the Novgorod Region]. (In Russ.). URL: <https://mincx.novreg.ru/medianews/news/80857> (accessed on 31.07.2025)
- [13] Starichkov M.A. Using Wavelets to Analyse the Dynamics of Inflation Processes // Russian Journal of Money and Finance. 2025. Vol. 84(1). Pp. 105-128. (In Russ.).
- [14] Lubik T.A., Matthes C., Verona F. Assessing U.S. Aggregate Fluctuations across Time and Frequencies. Publisher: Federal Reserve Bank of Richmond Working Paper, 2019. 45 p.
- [15] Ariño M.A. Time Series Forecasts Via Wavelets: An Application to Car Sales in the Spanish Market. Publisher: Universidad de Navarra, 1995. 20 p.

[16] Goffe W.L. Wavelets in Macroeconomics: An Introduction // Computational Techniques for Econometrics and Economic Analysis. 1994. Pp. 137-149. DOI: 10.1007/978-94-015-8472-5\_8

[17] Cotter J., Dowd K. U.S. Core Inflation: A Wavelet Analysis. Publisher: Social Science Research Network. 2006. 49 p. DOI: 10.2139/ssrn.993936

#### Информация об авторах / About the Authors

**Михаил Александрович Старичков** – канд. экон. наук, управляющий Отделением по Новгородской области Северо-Западного главного управления Центрального банка Российской Федерации, Великий Новгород, Россия / **Mikhail A. Starichkov** – Cand. Sci. (Economics), Managing Director of the Novgorod Regional Division of the North-Western Main Branch of the Central Bank of the Russian Federation, Veliky Novgorod, Russia

E-mail: mike157z@mail.ru

SPIN РИНЦ 7037-0732

ORCID 0009-0008-5165-8888

**Евгений Алексеевич Долгих** – начальник экономического отдела Отделения по Новгородской области Северо-Западного главного управления Центрального банка Российской Федерации, Великий Новгород, Россия / **Evgeny A. Dolgikh** – Head of the Economic Department of the Novgorod Regional Division of the North-Western Main Branch of the Central Bank of the Russian Federation, Veliky Novgorod, Russia

E-mail: dolgikhea@live.com

SPIN РИНЦ 5267-8466

ORCID 0009-0003-4607-6553

**Алексей Михайлович Старичков** – студент, Санкт-Петербургский государственный экономический университет, Санкт-Петербург, Россия / **Alexey M. Starichkov** – Student, Saint Petersburg State University of Economics, Saint Petersburg, Russia

E-mail: moopin51@mail.ru

ORCID 0009-0001-0118-8039

Дата поступления статьи: 06 октября 2025  
Принято решение о публикации: 20 ноября 2025

Received: October 06, 2025

Accepted: November 20, 2025